

L'ESCOLA DE GÖTTINGEN I LA REVOLUCIÓ QUÀNTICA

per

Manuel G. Doncel

Departament de Física Teòrica de la Universitat Autònoma de Barcelona
Membre de la Societat Catalana de Ciències Físiques, Químiques i Matemàtiques

En aquesta commemoració centenària, celebrada conjuntament en honor de Max Born i de James Franck, resulta obvi de recordar-los com a fundadors de l'Escola Física de Göttingen, puix que, per més que Göttingen ja tingués des dels temps de Friedrich Gauss una escola matemàtica famosa, l'escola física és obra llur, i precisament de llur col·laboració.

Les escoles científiques tenen un paper indiscutible en la història de les ciències. Hi ha científics que han treballat en solitari; l'exemple més famós seria Albert Einstein en el seu any culminant de 1905. A les hores de lleure que li deixa la seva feina a l'oficina de patents de Berna, duu a terme tot sol tres revolucions de la física, des del seu piset de Kramgasse, 49, 2n, que es conserva intacte com a relíquia del pensament humà. Normalment, però, els científics treballen en escoles dirigides i animades pel fundador i els seus successors. A la física del segle XX en destaquen quatre: l'Escola de Munic, fundada per Arnold Sommerfeld el 1906; l'Escola de Cambridge, el "Cavendish Laboratory", amb un brillant historial des dels temps de Maxwell fins als de J.J. Thomson, dirigida des del 1919 per Ernest Rutherford; l'Escola de Copenhaguen, organitzada per Niels Bohr el 1920, i finalment l'Escola de Göttingen, de la qual parlarem avui, fundada el 1921 pel físic teòric Max Born, en col·laboració amb el seu "Faraday", el seu amic James Franck.

Primerament veurem com es formà aquesta escola. Juntament amb la responsabilitat científica d'ambdós fundadors, trobarem tot un seguit d'elements accidentals que intervenen històricament en aquesta formació. En una segona part veurem com dins aquesta escola es covà la revolució quàntica, tant en el seu formalisme matemàtic com en la seva in-

interpretació conceptual. Ho veurem a través de les reminiscències de Max Born, en general molt posteriors, i també per mitjà de les cartes de l'època, que transmeten directament la vivor humana d'aquell ambient, i a vegades fins i tot corregeixen els records i interpretacions ulteriors dels protagonistes mateixos.¹

1. Formació de l'Escola de Göttingen

A *Records i reflexions d'un físic*,² Max Born distingeix molt bé els tres períodes de la seva estada a Göttingen. Un primer període, 1904-1906, són els anys d'estudiant de matemàtiques. Un segon període, 1908-1914, és l'època de professor auxiliar de física. Un tercer període, 1921-1933, és el de Director de l'Institut de Física Teòrica, en què fou col·lega de James Franck, Director de l'Institut de Física II. L'any 1933 introdueix "la gran cesura" de la ciència alemanya, segons que ens acaben d'explicar.

1.1. Max Born estudiant a Göttingen (1904-1906)

Max Born havia nascut l'11 de desembre de 1892, a la ciutat alemanya de Breslau (avui Wrocław, a Polònia). A la universitat de Breslau havia cursat, del 1901 al 1904, no física, sinó matemàtiques i astronomia. Hi havia tingut com a professor Jakob Rosanes, deixeble de Georg F. Frobenius, que l'havia introduït a la teoria de matrius, tan important per als seus treballs posteriors sobre xarxes cristal·lines i sobre mecànica quàntica. Dos semestres d'estiu, segons el costum alemany, els havia cursats en altres universitats: un a Heidelberg i l'altre a Zuric, on Adolf Hurwitz li havia explicat funcions el·líptiques.

El curs següent, 1904, decideix de continuar els estudis a Göttingen. Als seus *Records de Göttingen*, molt posteriors,³ Max Born reconstrueix així els motius d'aquesta decisió: el seu company d'universitat, Otto Toeplitz, el pare del qual era professor de matemàtiques en un institut i estava ben informat de l'ensenyament de les matemàtiques en diverses universitats, "va opinar que jo havia d'anar a Göttingen si buscava alguna cosa que estigués a l'altura de les lliçons de Hurwitz a Zuric". Ell

1. Els principals records de Max Born han estat publicats dins BORN -1957, -1963, -1965, +1969a, -1975 (pòstum). Les cartes més importants són les intercanviades amb Einstein, que han estat publicades amb comentaris de Max Born. BORN -1969b. Vegeu també els records de Heisenberg, dins HEISENBERG -1960, -1969, -1973.
2. Publicats dins BORN +1969a.
3. Conferència pronunciada a Göttingen el 18 de novembre de 1957 i publicada dins BORN +1969a.

es proposava de seguir-lo tan aviat com acabaria la tesi doctoral. I continua amb certa ironia Max Born en la solemne al·locució al professorat de Göttingen cinquanta i tants anys més tard:⁴

“El nom de Göttingen ens era familiar per la biografia de Gauss. Però jo no sabia exactament on parava; la paraula em sonava semblant a Tübingen, que es troba al sud d'Alemanya, no gaire lluny de Stuttgart. Però a l'atlas i a la guia acadèmica vaig trobar Göttingen prop de Hannover, enclavada en el Nord bromós. Vaig arribar-hi abans de començar el semestre, vaig trobar una cambra a casa del mestre Heidelberg, al Walkemühlenweg, i me'n vaig alegrar, de trobar-me al mig de la tranquil·litat provincialiana, amb les seves muralles romàntiques i els bells turons de color verd que l'envoltaven.”

Així és com, després d'aquesta aventurada decisió, l'estudiant de matemàtiques Max Born entra en contacte amb l'Escola Matemàtica de Göttingen.

Max Born ha revifat moltes vegades els seus records d'aquells temps. N'ha contat les seves contínues topades amb el patriarca de l'escola, Felix Klein —el “gran Felix”, com l'anomenava ell, en contraposició amb el cognom “Klein”, en alemany, “petit”—. Ha descrit la seva admiració per David Hilbert, el segon dels grans de Göttingen, que l'agafà com a “ajudant particular”. Un tal càrrec, no remunerat, l'obligava a escriure cada dia unes notes de la seva classe, i a portar-les-hi a casa per contrastar si estaven bé, amb el consegüent enriquiment que es produïa entre les discussions matemàtiques i el contacte directe amb el mestre. Vegem com condensa aquests records en el comentari que escriu setanta anys després, en publicar una relació de la seva obra:⁵

“A Göttingen, on vaig arribar el 1904, la cosa va anar així. Dels tres grans, Felix Klein, David Hilbert i Hermann Minkowski, Klein fou qui menys em va atreure, i Hilbert qui més. Vaig esdevenir ajudant particular de Hilbert, i a proposta seva, vaig intentar de resoldre un problema purament matemàtic (demostració de la transcendència dels zeros de les funcions de Bessel), però no vaig reeixir-hi.

Aleshores matemàtiques i física teòrica estaven íntimament relacionades. Així va passar que en un semestre (de 1904 o 1905) hi hagué alhora dos seminaris físico-matemàtics, un sobre teoria de l'elasticitat, sota la direcció de Klein i Runge, i un altre sobre electrodinàmica de cossos en moviment, sota la direcció

4. *Ibidem*, p. 13 de la traducció.

5. BORN-1963, vol. I, XIII-XIV. La seva tesi doctoral és BORN-1906.

de Hilbert i Minkowski, en el qual Minkowski ja va indicar les idees que es feren famoses sobre la teoria de la relativitat com a geometria en un domini espàcio-temporal de 4 dimensions. Els treballs d'Einstein encara no eren coneguts a Göttingen. Aquests problemes m'atreien poderosament. També vaig prendre part al seminari d'elasticitat, però sense cap interès especial. Vaig escapolir-me d'haver de fer-hi una ponència i solament hi vaig actuar de contraponent d'un altre estudiant que havia de parlar sobre l'estabilitat d'objectes elàstics (fils i vetes elàstiques). Però va passar que dos dies abans de la ponència, aquest estudiant va avisar que estava malalt, i no vaig tenir altre remei sinó substituir-lo. Només havia estudiat d'una manera superficial la literatura sobre el tema, i ja no tenia temps de repassar-la. Vaig observar, però, que es tractava d'elegir els mínims veritables dels valors estacionaris de l'energia de deformació elàstica; és a dir, d'un problema de càlcul de variacions que precisament llavors ens explicava Hilbert. Així que vaig desenvolupar un programa per a aplicar a la línia elàstica suficients criteris de Jacobi i Legendre, i amb això vaig compondre una ponència que desvetllà l'admiració de Klein i Runge. Klein aconseguí que la Facultat de Filosofia escollís aquest mateix tema com a objecte del treball que corresponia premiar aquell any, i em pregà que m'hi presentés. Però, atès que estava molt més interessat pel problema de l'electrodinàmica de cossos en moviment, al principi m'hi vaig negar. Això em va fer guanyar la ira justificada del "Gran Felix", que ni tan sols s'apaivagà sensiblement quan, seguint el consell dels meus amics, vaig treballar, malgrat tot, el tema dels objectes elàstics i vaig obtenir el premi.

Aquest treball, la part experimental del qual fou realitzada amb aparells senzillíssims a la meua cofurna d'estudiant, em féu sentir per primera vegada la satisfacció i l'alegria de la concordança entre teoria i mesura, i em féu veure que podia aportar alguna cosa al domini de la física matemàtica, sense que em calgués ajuda ni guia."

Així veiem Max Born convertit en doctor, per mitjà d'un treball que li interessava ben poc. I el veiem, d'altra banda, convertit en físic experimental, construint aquells aparells tan senzills amb fils i vetes elàstics. D'aquesta manera tan inesperada comença a créixer en ell la vocació física.

El 1906 Max Born deixa la Universitat de Göttingen i se'n va un any al Cambridge de J. J. Thomson i J. Lamor, "per aprendre alguna cosa de l'electró a les fonts". Max Born recorda anècdotes delicioses de les seves picabaralles amb l'anglès i amb el laboratori, al llarg d'aquesta època

d'experimentador a Cambridge.⁶ El 1907 torna a la universitat de Breslau, on entra en contacte amb els treballs d'Albert Einstein. I recorda que tot i que estava familiaritzat amb les equacions de Lorentz, la Teoria de la Relativitat d'Einstein constituí per a ell una revelació.⁷

1.2. Max Born professor auxiliar a Göttingen (1908-1914)

El 1908 Max Born torna a Göttingen i ben aviat obté l'habilitació i el nomenament de professor auxiliar (*Privatdozent*), no pas sense tornar a tenir violentes topades amb el "gran Felix". Diu als seus *Records i reflexions*:⁸

"Vaig arribar a Göttingen el desembre de 1908, i vaig treballar molt a gust amb Minkowski durant algunes setmanes; però pel gener de 1909 va morir, després de ser operat d'apendicitis... Les meves esperances es veien frustrades i em vaig arribar a convèncer que m'havia encallat. Per consell dels meus amics vaig fer una conferència a la Societat Matemàtica sobre el meu treball a l'entorn de l'electró relativista. De bell antuvi, això va agreujar la meva situació, en originar una violenta batussa amb Klein, el qual no escoltava com cal i constantment interrompia amb objeccions, intimidant-me de tal manera que no vaig poder continuar parlant. Vaig pensar que tot s'havia acabat. Però Karl Runge. . . m'havia entès; se'm va acostar després de la sessió i em digué que no havia de desanimar-me; que ell, amb l'ajut de Hilbert, aconseguiria que jo pogués tornar a parlar en la Societat. I així fou; vaig poder explicar a Hilbert les meves idees, ell les va aprovar, i la segona conferència va ser un èxit tan gran que el professor Voigt m'oferí una plaça de professor auxiliar.

Per segona vegada tornava a residir a Göttingen."

Així tenim Max Born convertit en professor auxiliar de física. El tema d'aquella conferència fou el mateix que el de la seva habilitació,⁹ l'anomenat "moviment hiperbòlic" de l'electró. (Un moviment aleshores molt misteriós, en el qual l'electró, sotmès a una força constant, s'accelera, i acosta asintòticament la seva velocitat a la de la llum.)

A més d'aquests treballs sobre relativitat, que realitza com a hereu

6. BORN-1969a, p. 37s de la traducció.

7. Max Born és un dels primers a reaccionar contra la presentació històrica d'Edmund Whittaker i a fer veure que la revolució conceptual de la Relativitat Especial és deguda realment a Einstein, i no a H.A. Lorentz ni a H. Poincaré. Vegeu DONCEL-1981, 198s.

8. BORN + 1969a, p. 38s de la traducció.

9. BORN-1909.

espiritual de Hermann Minkowski, Max Born publica en aquesta època els primers treballs seus sobre dinàmica de xarxes cristal·lines, que continuaran durant tota la seva vida i el convertiran en pioner de la física de l'estat sòlid. Els treballs sobre la relativitat el donen a conèixer, i, el 1912, A.A. Michelson l'invita a impartir un curs de relativitat a la Universitat de Chicago.

Havent tornat a Göttingen, es casa el 1913 amb Hedwig, "Heidi" com l'anomenaran familiarment. El 1914 els Born es traslladen al Berlín de Max Planck i Albert Einstein, on Max Born ocuparà una plaça de professor extraordinari. Molt aviat s'enfortirà la seva amistat amb Einstein. Una famosa poesia de Hedi eternitza, alhora, la seva comprensió de la Relativitat General i el seu plaer d'invitar Einstein. Diu, en solemnes rodolins, jugant amb el nom de l'invitat "ein Stein", en alemany, "un roc":¹⁰

"En Newton va dir tot ple d'emoció:
Si ún roc és sotmès a acceleració,
Es mourà per un espai, si aquest buit és,
Fent camí rectilíniament,
I s'allunyarà sense tornar mai més,
Fins a esvanir-se completament.

Vostra doctrina molt més m'embadaleix:
D'aquí i d'allà està corbat l'espai mateix.
Un roc, que vulgui sortir tot disparat,
Sols que flairi matèria, és desviat
Com si entorn d'aquesta l'emportés un torb,
Puix que allí a la vora l'espai és més corb.

Si Einstein passa fent camí per can Born
Bé cal que s'hi acosti sovint al seu torn
(Més que més, si el compadeixo gaire),
Que hi ha matèria amb bona flaire:

10. El text, publicat a BORN-1957 diu:
"Herr Newton sagte einst voll Schwung:
Erfährt ein Stein Beschleunigung,
Wird er im Raum, wenn dieser leer,
Auf grader Bahn getrieben
Und fleucht auf Nimmerwiederkehr,
Bis nichts von ihm geblieben.
Viel froher macht mich Ihre Lehr':
Der Raum er krümmt sich hin und her,
EinStein, der fortzurasen denkt,
Wird durch Materie abgelenkt,

Er schnuppert rings um sie herum,
Denn dorten ist der Raum sehr krumm.
Einstein passiert auf seiner Bahn
Haus Born, er muss sich wieder nahn
(So sehr er mich auch dauert),
Weil hier Materie lauert:
Ein ros'ger Schinken träumet feist
Und harret der da kommen,
Bis man ihn dermaleinst verspeist
Zum Heile aller Frommen..."

Un pernil rosat somnia suculent
 Aguantant els moviments de tots,
 Fins que ens el devorem en un pensament
 A la salut dels homes devots..."

Aquesta amistat d'Einstein amb el matrimoni Born durarà tota la vida i serà motiu d'un intercanvi epistolar que és preciós des del punt de vista humà i des del punt de vista de la història de la física.

Esclata la guerra mundial i Max Born ha de fer el servei militar a la Comissió de Proves d'Artilleria de Berlín. Born recorda la picardia amb què s'havia organitzat els dos calaixos del seu escriptori. En un hi havia els documents del seu informe militar sobre teoria del mesurament del so. En l'altre amagava les notes sobre dinàmica de xarxes cristal·lines. Més endavant hi amagà els seus treballs en col·laboració amb Alfred Landé, que pertanyia a la mateixa Comissió i havia organitzat d'una manera consemblant els dos calaixos del seu escriptori.

Un cop acabada la guerra, la família Born es trasllada a Frankfurt, on, del 1919 al 1921 Max Born ocupa la plaça de professor ordinari que deixava Max von Laue en traslladar-se, al seu torn, a Berlín. És el moment de triomf popular d'Einstein, després de l'expedició d'Arthur S. Eddington que realitza la famosa comprovació de la Relativitat General en mesurar la desviació dels raigs de llum estel·lar quan passa a freqüència de la massa del sol eclipsat. I aquest triomf l'aprofita Max Born a favor del seu laboratori experimental de Frankfurt. Organitzà un seguit de conferències sobre Relativitat que tingueren un gran acolliment, i amb els diners que recollí amb les entrades pogué realitzar, entre d'altres, les experiències de Stern-Gerlach. El contingut de les conferències de Max Born constituí un dels primers llibres sobre Relativitat General. Fou publicat el 1920 en alemany i el 1922 en castellà.¹¹ Però a despit dels seus triomfs a la Universitat de Frankfurt, a Max Born li és predestinada una altra empresa.

1.3. Max Born, director de l'Institut de Física Teòrica de Göttingen (1921-1933)

El 1920 Max Born rep l'oferiment d'una càtedra a Göttingen. Indecís, primer de tot consulta Einstein. La resposta d'aquest reflecteix la seva admiració per Born com a físic, però més aviat el desanima d'anar a Göttingen, presentant-li'n tots els desavantatges. Diu, el 3 de desembre de 1920:¹²

11. BORN-1920.

12. BORN-1969b, carta (14).

“En això és difícil de donar consell. La física teòrica prosperarà onsevolga que sigueu, perquè no hi ha a Alemanya sinó un Born. Per això més aviat es tracta d'esbrinar on us agradaria més estar. Jo en el vostre cas, em penso que m'estimaria més de quedar-me a Frankfurt, perquè em semblaria insuportable la limitació a un cercle reduït de savis inflats de poc cor (i poc cervell), i allà no hi ha altres relacions socials possibles sinó ells. Recordo com va patir Hilbert amb aquella gent. També convé considerar una altra cosa. Si Max es veia en la necessitat de guanyar alguna cosa pel seu compte, possibilitat que no es pot excloure sense més ni més en les circumstàncies actuals, seria molt millor de viure a Frankfurt que a Göttingen. D'altra part, la vida a Göttingen pot ésser més agradable que a Frankfurt per a una mestressa de casa i els seus fills; però en això jo no puc decidir, perquè no conec prou bé les circumstàncies de Frankfurt.”

A despit d'aquestes dificultats, els Born es decidiren per Göttingen. Fou una decisió molt mesurada, que exigí prop de cinc mesos. Max Born acceptà amb la condició que alhora s'oferís una càtedra de Física Experimental a James Franck.¹³ Vegem com queda recollida en tres cartes a Einstein, l'evolució d'aqueixa decisió, que és fonamental per a la formació de l'Escola de Física de Göttingen:¹⁴

“La qüestió “Göttingen o no” ens preocupa d'allò més. Continuem sense decidir-nos.” (Carta del 21 de juny 1920).

“El més probable és que anem a Göttingen, és a dir, si a Frank li ofereixen la càtedra i l'accepta; la Facultat ja l'ha proposat... Desgraciadament, es retarda interminablement la decisió sobre Göttingen. Encara no hi hem trobat casa. La meua muller pensa d'anar-hi la setmana vinent i buscar-hi un allotjament.” (Carta del 16 de juliol 1920).

“Göttingen ja és cosa decidida però no hi veiem perspectives

13. Max Born, comentant aquesta carta al cap de quaranta i tants anys, recorda l'incident que es va haver de produir per a poder crear aquesta segona càtedra. El Prof. Voigt de Göttingen acabava de morir, però la seva càtedra s'havia creat amb la condició “d'ésser abolida a la mort del titular”. Això no obstant, al llibre del Ministeri d'Educació a Berlín, aquesta clàusula havia estat escrita, per pura confusió, sota el nom del Prof. Pohl, que era ben viu. Max Born insistí que, segons aquell document oficial, a Göttingen quedava lliure una segona càtedra. Van fer venir el ministre, el Prof. Becker, el qual, somrient, decidí: “Bé, com que encara estem en revolució, es pot fer alguna cosa. Ens atindrem a la lletra, i els prego que facin proposicions per a la segona càtedra”. (BORN-1969b, carta (14), comentari). Aquest incident permeté la creació dels dos instituts: l'Institut de Física Teòrica i l'Institut de Física II. I així es pogué realitzar el somni de Born, de tenir al costat seu un grup experimental, dirigit pel seu “Faraday”, James Franck.

14. BORN-1969b, cartes (17), (18) i (19).

d'allotjament i encara potser serem tot l'hivern ací, perquè el Ministeri continua a cambrà lenta. . ." (Carta del 31 de juliol 1920).

Efectivament, el trasllat fou dut a terme l'estiu del 1921.

Les cartes de Born reflecteixen amb molt de vigor l'ambient de la naixent escola de física i les seves relacions amb l'escola de matemàtiques i amb altres llunyanes escoles de física. Vegem-ne un exemple anecdòtic. Pel gener de 1922, David Hilbert celebrava els seus 60 anys. Poques setmanes abans, Einstein escriu des de Berlín, i descriu una experiència nova, que a parer seu excloïa la realitat del camp ondulatori de la llum. La seva excitació científica queda reflectida en la carta a Max Born, del 30 de desembre 1921:¹⁵

"Gràcies a l'excel·lent col·laboració de Geiger i Bothe, ja hem acabat l'experiment sobre l'emissió de llum. El resultat és que la llum emesa per les partícules de raigs canals en moviment és estrictament monocromàtica, mentre que segons la teoria ondulatoria el color de l'emissió elemental ha d'ésser diferent segons les diferents direccions. Així queda ben demostrat que el camp ondulatori no té existència real i que l'emissió de Bohr és un procés instantani en sentit propi. Aquesta ha estat la sensació científica més impressionant que he tingut en molts anys."

Aqueixa emoció científica d'Einstein experimentador s'encomana immediatament a Born i a Frank, els quals contesten a primer correu, l'1 de gener de 1922:¹⁶

"Benvolgut Einstein:

Tots dos, Frank i Born, hem quedat molt sorpresos pel contingut de la teva carta, tot i que en la nostra pobresa d'esperit som incapaços de reconstruir l'ordenació de l'experiment amb els raigs positius. Tenim pensades mil preguntes i tota mena de consideracions per a les quals et necessitem en qualitat de calmant. Com que aquesta carta no pot tenir 50 pàgines i tampoc no esperem que la resposta en pugui tenir 100, se'ns ha acudit la brillant idea d'invitar-te oficialment a visitar-nos a Göttingen, a despeses de la Fundació Wolfskehl, per tal que ens facis una conferència sense formalismes. Podries ésser aquí pel 60 aniversari de Hilbert, a qui només de pensar-ho se li omple el cor de goig."

La reacció espontània d'Einstein, recollida en una postal a Max Born,¹⁷ és d'acceptar alegrement: "Vindré a veure-us amb molt de gust, en part

15. *Ibidem*, (36).

16. *Ibidem*, (37).

17. *Ibidem*, (38), que és una postal amb data "gener 1922".

per felicitar personalment Hilbert i en part per explicar-vos l'experiment i com és de senzill". La notícia omple Göttingen d'alegria, i ho testimonia la resposta de Hedwig Born, el 2 de gener de 1922:¹⁸

"Vaig córrer amb la teva targeta a veure Hilbert, el qual no volia creure que vinguessis, i que al final se n'alegrà moltíssim. Em prega que et demani que siguis ací dilluns, dia 23, que és el seu aniversari, i que vagis a la gran reunió que tindrà a la nit amb els seus convidats."

Però uns quants dies més tard, el 18 de gener, Einstein s'excusa de no poder anar a l'"Eldorado" de l'erudició, pretextant que té moltes ocupacions, però deixant-ne entreveure el veritable motiu, relacionat amb el seu experiment:¹⁹

"Estimats Born i Franck:

Sentint-ho molt, haig de dir que no. No hi ha altre remei. Estic tan endarrerit amb els meus escrits i altres obligacions que no puc permetre'm una escapada a l'"Eldorado" de l'erudició. Per això haig de retre homenatge a Hilbert per escrit. Digueu-li-ho, si us plau, també a Courant, que em volia contractar de músic. Laue s'oposa enèrgicament al meu experiment, o millor dit, a la interpretació que en faig, i sosté que la teoria ondulatoria no implica inflexió dels raigs."

Mesos més tard Einstein, en una altra carta a Born,²⁰ reconeixerà solemnement que s'havia "ficat de peus a la galleda" en la interpretació d'aquest experiment:

"Jo també em vaig ficar de peus a la galleda solemnement fa un quant temps (experiment sobre emissió de la llum amb raigs canals). Però no cal donar-hi gaire importància. Tan sols la mort evita aquestes rellicades."

Max Born comunicarà a Einstein els progressos de James Franck a l'Institut de Física Experimental (carta del 30 d'abril de 1922): "Franck ha omplert l'Institut de futurs doctors, i tots fan una feina excel·lent guiats per les seves idees". I li comunicarà que Hilbert es desinteressa aviat pels problemes de la física (carta del 7 d'abril de 1923):²¹

"Hilbert ho llegeix tot mig interessat, perquè està completament preocupat amb la seva nova teoria bàsica de la lògica i la matemàtica. El que n'he vist em sembla efectivament el pas endavant més gran imaginable en aquest camp. Però ara per ara, i en general, els matemàtics no en volen saber res."

18. *Ibidem*, (39).

19. *Ibidem*, (40).

20. *Ibidem*, (42), sense data, probablement de l'estiu de 1922.

21. *Ibidem*, (41) i (45), respectivament.

Però més interessant encara que aquestes notícies sobre els sèniors de Göttingen, és l'interès de Max Born a reclutar i cultivar allà tot un planter de físics joves. Un esdeveniment inicial molt favorable fou la celebració a Göttingen, l'estiu de 1922, dels anomenats "Festivals Bohr",²² Niels Bohr fou invitat a fer-hi un seguit de conferències sobre la seva teoria quàntica de l'àtom, que havia començat a elaborar feia deu anys, i els èxits de la qual el feren mereixedor del premi Nobel de física uns quants mesos després. Aquest fet atragué a Göttingen una primera fornada de físics joves de tot Europa, i ajudà a crear el clima de treball en aquest camp. És impressionant, per llur quantitat i sobretot per llur qualitat, la llista de físics que van anar passant per Göttingen com a alumnes o col·laboradors de Max Born. Esmentem-ne alguns, per ordre alfabètic: Max Delbrück, Maria Göppert-Mayer, Werner Heisenberg, John von Neumann, J. Robert Oppenheimer, Wolfgang Pauli, Edward Teller, Victor F. Weisskopf i Eugene P. Wigner.

Ara ens fixarem en dos d'ells, Heisenberg i Pauli, que tindran un paper decisiu en l'evolució ulterior de les idees quàntiques. Tots dos procedeixen d'una altra escola, l'Escola Física de Munic. Heisenberg recorda amb afecte la seva primera trobada amb el crític i humorista Pauli a l'aula d'Arnold Sommerfeld:²³

"... quan vaig entrar a l'aula de la Universitat on Sommerfeld solia impartir les seves lliçons, vaig descobrir a la tercera fila un estudiant de cabell fosc i rostre una mica imprecís i misteriós, que ja m'havia cridat l'atenció en veure'l al seminari després del meu primer diàleg amb Sommerfeld. Ell me l'havia presentat, i després, en acomiadar-se a la porta de l'institut, m'havia dit que considerava aquest estudiant com un dels seus alumnes més dotats, del qual jo podia aprendre molt. M'hi hauria d'adreçar, tranquil·lament, quan no entengués alguna cosa de física. Es deia Wolfgang Pauli, i des d'aleshores, mentre visqué, va tenir, respecte a mi i a tot el que vaig intentar científicament, l'actitud d'un amic i d'un crític sempre ben acollit, però molt dur. Em vaig asseure al seu costat... Va entrar Sommerfeld a l'aula, i, mentre pronunciava les primeres frases de la seva lliçó, Wolfgang em xiuxiuejà a cau d'orella: "No és cert que sembla un vell coronel d'hússars?"."

Tots dos amics —Pauli, en tant que físic anava dos anys endavant de Heisenberg— aniran passant successivament com a ajudants de Max Born a Göttingen. És interessant la impressió que aquests joves físics

22. Aquests festivals són evocats vivament dins HUND-1961, 1.

23. HEISENBERG-1969, cap. 2, p. 33 de la traducció.

causen en Max Born, segons recull la seva correspondència amb Einstein.²⁴

“L'article de Pauli per a l'Enciclopèdia sembla acabat, i crec que pesa 2,5 kg de paper, per la qual cosa es pot col·legir el seu pes intel·lectual. Aquest noiet no solament és llest, és també aplicat.” (Carta del 12 de febrer de 1921).

“Ara el meu ajudant és W. Pauli; és d'una intel·ligència prodigiosa, i en sap molt; a més és humà, per tenir 21 anys, perfectament normal, alegre i infantil. Dissortadament, pel novembre se n'anirà a Hamburg, amb Lenz, al qual el vaig prometre.” (Carta del 21 d'octubre de 1921).

“... encara estic molt refredat i no puc fer classe. Pauli ho fa en lloc meu i sembla que bastant bé, a pesar dels seus 21 anys... El jove Pauli és molt estimulante, i em penso que ja no tornaré a tenir mai un ajudant tan bo. Llàstima que vol anar-se'n a Hamburg, amb Lenz, a l'estiu.” (Carta del 29 de novembre de 1921).

Però comentant aquesta carta cinquanta anys més tard, el mateix Born diu:²⁵

“L'informe sobre el “jove Pauli” no és complet. Recordo que era molt dormilega, i més d'una vegada va faltar a la classe de les onze. Havíem agafat el costum d'enviar-li la nostra minyona a dos quarts, per tal d'estar segurs que ja s'havia llevat. Sense cap dubte era un geni de primera, però el meu temor que no tornaria a tenir un ajudant tan bo com ell va resultar infundat.”

En efecte, a Pauli li succeí Heisenberg, que havia conegut Niels Bohr i Max Born durant els festivals Bohr. L'hivern següent va tornar a Göttingen, atesa la doble coincidència que ell es va quedar sense el seu professor Sommerfeld i Max Born sense el seu ajudant Pauli. Born escriu el 7 d'abril de 1923:²⁶

“A l'hivern vaig tenir ací Heisenberg, ja que Sommerfeld era als Estats Units; és, si més no, tan capaç com Pauli, però més amable i alegre. A més, toca el piano molt bé. A part de la feina amb l'heli, estudiem junts algunes qüestions de principi relacionades amb la teoria atòmica de Bohr, i especialment amb les relacions de fase en els models atòmics.” (*Zeitschrift für Physik*.)

Però no us penseu pas que obtenir Heisenberg com a ajudant a Göttingen fos una cosa fàcil. Una carta de Max Born a Arnold Sommerfeld,

24. BORN-1969b, cartes (30), (33) i (35). L'article de Pauli de què hom parla a la primera és PAULI-1921.

25. BORN-1969b, (35), comentari.

26. *Ibidem*, (45).

amb data 5 de gener de 1923, descobreix d'una manera eloqüent les batalles que es van lliurar per aquesta conquesta:²⁷

“A Heisenberg li he agafat molt d'afecte; tots nosaltres l'estimem i l'apreciem molt. Els seus dots són excepcionals, però allò més agradable és la seva manera d'ésser amable i senzilla, el seu bon humor, el seu afany i el seu entusiasme... La Universitat d'Hamburg vol contractar-lo. Em sabia molt de greu que se n'anés, i faré tot el possible perquè es quedi aquí, perquè ens trobem embrancats en un treball interessant, que li comentaré més endavant. Heisenberg, al llarg de l'estiu, vol obtenir amb vostè el títol de professor a Munic. Quan li vaig preguntar què pensava fer en acabat, em respongué: “No sóc pas jo qui ho ha de decidir! Això ho decideix Sommerfeld!”. Així doncs, és vostè el seu tutor, elegit per ell mateix, i a vostè he de consultar en el meu intent d'endur-me Heisenberg a Göttingen. La raó és que necessito un ajudant particular, perquè les càrregues docents comencen a resultar-me excessives... Els deixebles que em fan el doctorat, entre els quals n'hi ha de veritablement aplicats, encara no tenen prou formació, i no cal dir que no poden comparar-se amb Heisenberg. Vostè té Wentzel, i suposo que Pauli hi tornarà d'aquí a un any. ¿Podria vostè, en aquestes circumstàncies, prescindir de Heisenberg i convèncer-lo que obtingués el títol de professor ací, a Göttingen? Naturalment, jo ja m'ocuparia que la seva remuneració fos adequada. Per favor, pensi-hi. No cal dir que també rebria igualment encantat Pauli; però, segons el que diu, no pot suportar la vida d'una ciutat petita.”

Recapitem aquesta primera part amb el testimoni molt posterior de Heisenberg, que descriu així Max Born com a fundador de l'Escola Física de Göttingen, en col·laboració amb James Franck:²⁸

“Born havia fundat a Göttingen una escola de física teòrica. Feia cursos normals, organitzava seminaris i ben aviat aconseguí de reunir al seu entorn una colla d'excel·lents físics joves, amb l'ajut dels quals tracta de penetrar a la terra ignota de la teoria quàntica. Göttingen era llavors un dels centres mundials més importants de la física moderna. La tradició matemàtica s'havia anat mantenint a la petita població universitària durant més d'un segle, amb alguns noms molt il·lustres: Karl Friedrich Gauss, Bernhard Riemann, Felix Klein, David Hilbert... tots ells professaren a Göttingen. Era doncs aquesta ciutat la que oferia les millors perspectives per a l'estudi de les lleis matemàtiques

27. Carta publicada per Armin Hermann, BORN + 1969a, p. 96 de la traducció.

28. Prefaci de Heisenberg a BORN-1969b, p. 3s de la traducció.

que expliquen els fenòmens atòmics. El físic experimental James Franck hi havia desvetllat, amb els seus experiments sobre les col·lisions electròniques, l'interès dels físics joves pel curiós comportament dels àtoms exposats a la radiació. Born i els seus deixebles estaven entestats a descobrir les lleis fonamentals de la natura subjacents en aquells experiments. Així s'havia creat una animada atmosfera intel·lectual on la conversa girava molt més sovint al voltant del comportament dels electrons dins de l'àtom que dels esdeveniments quotidians o de les qüestions polítiques. Born i la seva esposa, Hedwig, eren els qui tenien cura, tant en l'aspecte científic, com en l'humà, d'aquell grup de físics joves, la majoria dels quals amb prou feines arribava als 25 anys. La casa de Born sempre era oberta a les reunions socials amb joves, i qualsevol que es trobés amb aquella tropa juvenil al menjador de la Universitat o esquiant al Harz, sens dubte s'havia de demanar com ho feien llurs professors per mantenir llur interès en una ciència tan abstracta i difícil."

2. Gènesi de la revolució quàntica

Max Born, a la seva Conferència Nobel, presenta la mecànica quàntica com a solució d'una crisi, i desenvolupa la seva participació en la interpretació estadística d'aquesta nova mecànica. Seguint les seves paraules, distingirem tres etapes en la gènesi d'aquesta mecànica quàntica: la crisi de la teoria quàntica antiga de Bohr-Sommerfeld, l'articulació del paradigma matemàtic de la mecànica matricial i l'articulació del seu paradigma conceptual. I veurem que Max Born i l'Escola de Göttingen tenen un paper decisiu en aquestes tres etapes.

2.1. Crisi de la teoria quàntica antiga

A la correspondència epistolar entre Born i Einstein podem veure la crisi soferta pel que avui anomenem "teoria quàntica antiga".²⁹ La crisi es produí en voler estendre el programa de quantificació de l'àtom de Bohr-Sommerfeld a àtoms amb diverses òrbites electròniques, tenint en compte les perturbacions electrostàtiques entre els diversos electrons. Aquest problema no existeix per a l'àtom d'hidrogen, però ja apareix per als dos electrons orbitals de l'àtom d'heli. Escrigué Max Born el 21 d'octubre de 1921:³⁰

29. Vegeu, p. ex. HAAR-1967.

30. BORN-1969b, (33).

“Estic intentant, amb Pauli, alguns càlculs atòmics quàntics, utilitzant el mètode d'aproximació que vam exposar Brody i jo darrerament. Potser en sortirà alguna cosa. Penso moltes altres coses, però generalment, no donen resultat. Els quanta són veritablement un embolic.”

I sis mesos més tard, el 30 d'abril de 1922, torna a escriure a Einstein:³¹

“Per desgràcia, Pauli ja se'n va anar a Hamburg amb Lenz. Darrerament havíem emprès un treball comú, continuació del que havia publicat amb Brody sobre la quantificació dels oscil·ladors no harmònics... Veritablement és ara quan entenem les idees de Bohr, almenys en part. També hem començat a fer càlculs per a l'ortoheli (2 electrons coplanars) i estem en condicions de confirmar l'antiga afirmació de Bohr segons la qual l'electró intern recorre ràpidament una el·lipse l'eix major de la qual sempre apunta a l'electró exterior, que es belluga més lentament. Pauli s'endugué el treball a Hamburg i allà el vol acabar.”

La carta inclou un dibuix esquemàtic de les dues el·lipses coplanars que han de recórrer els electrons de l'heli al voltant del nucli. Einstein, en la seva resposta, l'anima a continuar la feina:³² “Està bé que treballis amb l'heli”. I li lloa “l'instint cert” que guia els treballs de Bohr en què ha de recolzar-se.³³ Un any més tard, el 7 d'abril de 1923, Max Born insisteix a comunicar a Einstein el seu fracàs:³⁴

“Si fulleges les revistes dels sis darrers mesos, veuràs que he estat bastant aplicat...³⁵ Però només en coses sense importància, i a despit de tots els meus esforços no avenço gens en el gran misteri dels quanta. Hem estat estudiant la teoria de Poincaré sobre les pertorbacions per tal de determinar si per mitjà d'un càlcul exacte és possible d'obtenir els valors dels termes observats segons el model de Bohr. Però amb tota seguretat no és així, com ja es va veure en l'heli... Desgraciadament fracassen tots els intents d'aclarir el concepte (de forces de cohesió homeopolar entre els àtoms des del punt de vista de Bohr). L'única cosa que veig és que tot ha d'ésser en realitat molt i molt di-

31. *Ibidem*, (41).

32. *Ibidem*, (42), sense data.

33. Einstein remarca en aquesta mateixa carta l'interès de les experiències de Stern i Gerlach. Això sorprèn Max Born, quan rellegeix aquesta carta decennis més tard, perquè aquelles experiències s'havien fet davant seu, al seu Institut de Franckfurt, i amb els recursos econòmics aconseguits amb les conferències sobre relativitat (*Ibidem*, (42), comentari).

34. *Ibidem*, (45).

35. Born publicà set articles el 1922, i cinc el 1923 (BORN-1963, II, 698s).

ferent de tot el que ara pensem. Però es poden treure força conclusions qualitatives de les idees de Bohr. Per a això és excel·lent Franck, que ha tornat a fer preciosos experiments.”

Ahora que expressa el descoratjament personal que li produeix treballar en la teoria quàntica “des del punt de vista de Bohr”, Max Born al·ludeix als treballs fonamentals, que palesen la importància d’aquella teoria; són els seus treballs sobre l’àtom d’heli, començats amb Pauli i acabats amb Heisenberg. La força d’aquests treballs rau en llur generalitat. Un primer article en col·laboració amb Pauli³⁶ estudia, en general, la quantificació dels diversos tipus d’òrbites electròniques pertorbades, i fa servir per a la classificació de les pertorbacions els “Nous mètodes de la Mecànica Celest” de Poincaré.³⁷ Un any després publica un segon article en col·laboració amb Heisenberg, sota el títol “Les òrbites dels electrons en l’àtom d’heli excitat”.³⁸ Allà es demostra d’una manera concloent la impossibilitat d’explicar per a l’àtom d’heli les mesures experimentals dels seus nivells energètics, a base de quantificar segons la teoria de Bohr qualsevol dels possibles tipus d’òrbites pertorbades. La introducció de l’article expressa bé aquest resultat:

“Ens hem proposat la tasca de: buscar sistemàticament *tots els tipus possibles d’òrbites per a l’àtom d’heli excitat*, seleccionar les solucions teòrico-quànticament permeses, i calcular els valors d’energia, per tal de comprovar si hi ha òrbites que proporcionen correctament els termes empírics. El resultat del nostre càlcul és negatiu: mitjançant una aplicació conseqüent de les conegudes regles quàntiques, no s’aconsegueix cap explicació de l’espectre de l’heli.”

I les conseqüències d’aquest resultat negatiu són exposades clarament a la conclusió d’aquest mateix article:

“Arribem doncs a la conclusió que un càlcul teòrico-quàntic conseqüent del problema de l’heli porta a valors falsos per als termes d’energia. Davant aquesta dificultat només hi ha dues sortides: o bé les condicions quàntiques són falses, és a dir, no és certa l’exigència que [els nombres quàntics] k_1 , k_2 i j hagin d’ésser enters..., o bé el moviment dels electrons no obeeix tampoc en els estats estacionaris a les equacions mecàniques. Totes dues opinions ens porten a dificultats fonamentals per a la intel·ligència dels resultats teòrico-quàntics que fins ara es tenien per segurs.

En qualsevol cas, caldrà introduir noves hipòtesis, . . .”

36. BORN + 1922, rebut per a publicar-se el 29 de maig de 1922.

37. POINCARÉ-1892.

38. BORN + 1923, rebut l’11 de maig de 1923.

Per a una concepció popperiana³⁹ de la ciència, seríem davant d'un contraexemple que hauria falsat la teoria quàntica antiga. Per a una concepció més genètico-històrica, kuhniana,⁴⁰ es tractaria d'una anomalia que l'ha feta entrar en crisi. I aquesta crisi s'anirà estenen per la comunitat científica. El mateix Max Born expressa així la seva crisi personal, en carta a Einstein tres mesos després (25 d'agost de 1923):⁴¹

“Com d'habitud, sé que no tinc esperances en matèria de quanta, però miro de trobar una fórmula per a calcular l'àtom d'heli i els altres àtoms. No n'aconsegueixo res.”

I mesos més tard, l'abril de 1924, Einstein expressa així a Born la crisi personal de la seva vocació de físic, per més que hi intervinguin ja les seves idees filosòfiques sobre la indeterminació causal:⁴²

“La idea que un electró exposat a la radiació esculli per decisió pròpia el moment i la direcció en què farà el salt em resulta insuportable. En aquest cas, més m'estimaria d'ésser sabater o empleat d'una casa de joc que no pas físic. És veritat que els meus intents per donar forma tangible als quanta m'han fallat fins ara; però no perdo l'esperança. I quan no aconsegueixo res, sempre em queda el consol que és per culpa meva.”

És curiós el paral·lelisme d'aquestes expressions amb les que Pauli escriu, independentment, un any més tard (carta a Kronig del 21 de maig de 1925):⁴³

“La física, de moment, torna a estar embolicadíssima. Si més no, per a mi és massa complicada i voldria haver estat còmic de cinema o una cosa semblant, i no haver sentit parlar mai una paraula de física! Tanmateix, jo encara confio que Bohr ens salvarà amb una nova idea.”

Però aquestes noves idees no van sortir de Niels Bohr, sinó de l'escola de Göttingen, i constituïran la nova mecànica quàntica. Notem, de passada, que aquest mateix nom de “mecànica quàntica” ha estat encunyat per Max Born, en introduir-lo com a títol d'un article seu del juny de 1924,⁴⁴ que, baldament estigui escrit en la concepció antiga, introdueix idees generals per a la traducció de la física clàssica a la física quàntica.

39. Vegeu POPPER-1935.

40. Vegeu KUHN-1962.

41. BORN-1969b, (47).

42. *Ibidem* (48).

43. HERMANN + 1979, carta (89), 216. Citat a KRONIG-1960, 22.

44. BORN-1924.

2.2. Articulació matemàtica de la mecànica matricial

Hom conserva una carta de Max Born a Einstein que retrata amb pinzellades magistrals l'ambient de l'escola física de Göttingen el fecund estiu de 1925. S'hi pot apreciar l'admiració de Max Born pels "seus joves", l'interès fenomenològic d'aquests per la "zoologia dels termes espectrals" o la classificació dels nivells energètics de l'àtom excitat, que resultaven tan difícils d'explicar per a àtoms més complexos que el de l'hidrogen. La carta, amb data de 15 de juliol de 1925, diu:⁴⁵

"Jordan, malgrat que en això s'hagi equivocat, té un cap extraordinàriament intel·ligent i agut, que pensa amb molta més rapidesa i seguretat que jo. En realitat, els meus joves, Heisenberg, Jordan, Hund, tots són molt brillants. Sovint he de fer esforços per a poder-los seguir en llurs raonaments. Dominen meravellósament l'anomenada zoologia de termes. El nou treball de Heisenberg, que es publicarà ben aviat, té un aspecte molt místic, però és certament correcte i profund; com a resultat, Hund ha posat en ordre tot el sistema periòdic i tots els multiplets inextricables. Aquest treball també es publicarà aviat."

Prescindim de la discussió històrica respecte de l'article o dels articles de Heisenberg a què al·ludeix aquí Max Born.⁴⁶ El cas cert és que, transmès per Born, el 29 de juliol de 1925 hom rep, per publicar-lo a *Zeitschrift für Physik*, un article de 15 pàgines, firmat per Heisenberg i titulat "Interpretacions teòrico-quàntiques de relacions cinemàtiques i mecàniques"⁴⁷ que ben bé mereix el qualificatiu de "molt místic". En aquest article paradigmàtic, Heisenberg introdueix la mecànica matricial, sense saber ell mateix què és una matriu. És a dir, introdueix uns

45. BORN-1969b, carta (49).

46. És clar que l'al·lusió de Born a Hund és motivada per un treball anterior, HEISENBERG-1925a, d'abril de 1925. Així ho diuen explícitament BORN-1969a, comentari a carta (49), i HUND-1967, cap. 2, p. 121s de la traducció. La discussió és si l'"aspecte molt místic" pot al·ludir a l'article fonamental, HEISENBERG-1925b. Així ho suposa allà Max Born, tot i que honradament confessa: "No recordo gaire bé aquells temps, que assenyalaren l'inici d'una revolució en el pensament de la física, però vaig escriure al professor van der Waerden i confirmà la meua suposició". Així ho dona a entendre WAERDEN-1967, 36, suprimint en la carta de Born l'al·lusió a Hund. Armin Hermann ha raonat en la conferència anterior que no és versemblant que Born, el 15 de juliol, hagués llegit el manuscrit de HEISENBERG-1925b, que de fet ja havia rebut. Encara és més inversemblant que en aquesta data ja hagués conjecturat la seva fórmula de quantificació, com intenta de defensar allà mateix Born. Únicament hom podria dir que, tot i no havent estudiat Born el manuscrit de Heisenberg, podia tenir coneixença de l'"aspecte molt místic" de les idees del seu ajudant, i que en la seva carta a Einstein podia al·ludir conjuntament als dos articles de Heisenberg. I més quan el penúltim paràgraf del segon article fa referència a les fórmules anteriors per als multiplets.

47. HEISENBERG-1925b. Sobre el seu desconeixement de matrius, BORN-1961, X.

productes misteriosos que Max Born identificarà com a simples productes matricials.

La gènesi d'aquest article i l'opinió que en tenia Heisenberg quan l'escriví, han quedat recollides en la seva correspondència amb Pauli. Li escrigué el 21 de juny de 1925, després d'agrair-li l'amistós acolliment que li dispensà quan passà per Hamburg.⁴⁸

“Si una cosa així com la nostra mecànica fos vàlida, no es podria entendre mai que existeixin àtoms. Però la vàlida és una altra, és una “mecànica quàntica”, i l'únic del que ens hem de sorprendre és que per casualitat, l'àtom d'hidrogen estigui d'acord, pel que fa a la constant d'energia, amb quelcom clàssic... En el meu intent de fabricar una mecànica quàntica, s'avança, només que a poc a poc...”

(Fixem-nos, de passada, en l'acceptació espontània del terme de Max Born “mecànica quàntica”). I tres dies després, Heisenberg torna a escriure a Pauli:⁴⁹

“Sobre la meua feina, a penes tinc esma d'escriure. Perquè a mi mateix em resulta completament obscura i amb prou feines sospito el que en podrà sortir. Però potser les idees bàsiques són, tanmateix, correctes. El principi fonamental és: en el càlcul de qualsevol magnitud, com energia, freqüència, etc. solament han d'aparèixer relacions entre magnituds, de primer, controlables. (En aquest sentit, em sembla, per exemple, molt més formal la teoria de Bohr sobre l'àtom d'hidrogen que la teoria de Kramers sobre la dispersió)...”

I encara li escrigué cinc dies més tard en una targeta postal:⁵⁰

“Mentrestant he avançat una mica, però no gaire, i al meu dedins torno a estar convençut que aquesta mecànica quàntica és ja correcta, per la qual cosa Kramers m'acusa d'optimisme.”

Encara li n'escriu una altra, cinc dies després, i a la fi, uns altres cinc dies més tard, el 9 de juliol de 1925, Heisenberg envia a Pauli una carta amb el manuscrit del seu article, i la sotmet amicalment a la seva crítica científica. Heisenberg es mostra insatisfet en aquesta carta pel fruit de les seves reflexions durant aquell darrer mes i mig que començà amb els quinze dies de convalescència a l'illa de Helgoland.⁵¹ Però Heisenberg es mostra alhora convençut de la necessitat d'abandonar la teoria

48. HERMANN +1979, carta (91), 219 i 221.

49. *Ibidem*, carta (93), del 24 de juny de 1925.

50. *Ibidem*, carta (94), del 29 de juny de 1925.

51. Vegeu la reconstrucció d'aquests fets a HEISENBERG-1960, 42s, i a HEISENBERG-1969, cap. 5, pp. 77-79 de la traducció.

quàntica antiga, amb les seves òrbites electròniques quantificades:⁵²

“La meua opinió sobre la mecànica des de Helgoland és cada dia que passa més radical. Estic realment convençut que una interpretació de la fórmula de Rydberg en el sentit d'òrbites circulars i el·líptiques de la geometria clàssica no té el més mínim sentit físic, i els meus penosos esforços s'adrecen a això: a suprimir tranquil·lament i a substituir convencionalment el concepte d'òrbites que no es poden observar. Per això goso (...) enviar-li sense trigança el manuscrit del meu treball, perquè crec que conté veritable física, si més no en la part crítica, és a dir, negativa. I tinc molt mala consciència, perquè li he de demanar que em torni el treball d'aquí a 2 ó 3 dies, perquè en aquests darrers de la meua estada aquí, voldria o acabar-lo o cremar-lo. La meua pròpia opinió sobre [aquest] esguerro [=Geschreibsel] del qual no estic gens content, és aquesta: de la seva part heurística negativa, n'estic sòlidament convençut, la positiva en canvi la crec molt formal i pobrissona; però potser gent més capaç pugui treure'n alguna cosa sensata.”

Un cop tornat el manuscrit per Pauli, i lliurat a Born “per tal que el publicqués si pensava que se'n podia fer alguna cosa,⁵³ Heisenberg torna de vacances ran de mar. Però hi haurà “gent més capaç” entossudida a “treure'n alguna cosa sensata”. Serà el mateix Max Born qui no aconseguirà la col·laboració de Pauli,⁵⁴ però sí la de Pascual Jordan, un altre dels seus joves de “cap extraordinàriament intel·ligent i agut”. Born revifa la seva primitiva vocació de matemàtic i els seus estudis primerencs amb Rosanes sobre teoria de matrius. I descobreix en els misteriosos productes de magnituds físiques que ha escrit Heisenberg un simple producte matricial. Aquest producte no és commutatiu. Per exemple, per a les matrius p i q que representen respectivament el moment lineal i la posició d'un electró, el producte pq és diferent del qp . Això permetrà escriure a Max Born per primera vegada la famosa relació fonamental de “quantificació forta”:

$$pq - qp = h/2\pi i$$

essent h la petitíssima constant d'acció de Planck, i i la unitat imaginària. Al final de la seva vida Max Born expressarà l'“orgull d'haver estat

52. HERMANN +1979, carta (96).

53. BORN +1969, 104s i 46s de la traducció; BORN-1975, 297s.

54. WAERDEN-1967, 37s i 46s.

el primer a escriure una fórmula de mecànica quàntica en símbols 'no commutatus'".⁵⁵

Però al principi aquesta igualtat matricial era pròpiament una conjectura de Max Born. A l'article de Heisenberg era implícitament escrita tan sols per als elements diagonals de la matriu. Serà mèrit de Pascual Jordan de demostrar, al cap de pocs dies, que, en la concepció de Heisenberg, els elements extradiagonals han d'ésser nuls, i que la conjectura de Max Born era correcta. Van publicar tots dos conjuntament aquests resultats en llur article "Sobre mecànica quàntica".⁵⁶ Després d'un car-teig intens amb Heisenberg, que llavors s'estava a Copenhaguen, i de col·laborar-hi estretament a Göttingen, publiquen tots tres ("els tres homes"), conjuntament, un article més complet i sistemàtic, "Sobre mecànica quàntica II".⁵⁷

El treball a Göttingen era urgent, perquè Max Born estava invitat a fer un seguit de conferències al Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.). Aquest viatge als E.U.A. serví, com recordarà Born,⁵⁸ per a "anunciar la nova doctrina quàntica a moltes universitats", "de Boston a San Francisco". Les seves conferències, en part sobre dinàmica de xarxes i en part sobre mecànica quàntica, es publiquen primerament al M.I.T. i constitueixen el primer llibre de Mecànica Quàntica.⁵⁹ Però no tan sols es propaga per Amèrica aquesta doctrina europea, sinó que també s'hi perfecciona, gràcies a la col·laboració de Max Born amb Norbert Wiener, del M.I.T., el més tard famós cibernètic. Wiener recorda així l'excitació de Born:⁶⁰

"Quan el professor Born va venir als Estats Units, estava terriblement excitat per la nova base que Heisenberg acabava de donar a la teoria quàntica de l'àtom. Born desitjava una teoria que generalitzés aquestes matrius..."

Notem que Born atribueix a Heisenberg la nova teoria, per més que havia estat ell, en col·laboració amb Jordan, qui n'havia descobert el caràcter matricial. I ara tornarà a ésser ell, en col·laboració amb Wiener, qui veurà aquestes matrius que representen observables físics, com

55. BORN-1969b, comentari a carta (49), p. 115 de la traducció. Vegeu també BORN + 1969a, 104-106 i 46-47 de la traducció, i WAERDEN-1967, 36s.

56. BORN + 1925, rebut a *Zeitschrift für Physik* el 27 de setembre de 1925. Vegeu els records de JORDAN-1973, 295.

57. BORN + 1925, rebut a *Zeitschrift für Physik* el 16 de novembre de 1925. El 7 de novembre de 1925 la Royal Society de Londres havia rebut l'elegant article DIRAC-1925, que també estudia l'article de Heisenberg i hi troba els resultats de Göttingen i alguns altres.

58. BORN-1969b, carta (51) i comentari.

59. BORN-1926c.

60. WIENER-1956, 108.

operadors lineals d'un cert espai funcional. Així ho publicara conjuntament en l'article "Una nova formulació de les lleis quàntiques, per a processos periòdics i aperiòdics", que apareixerà molt aviat a Europa,⁶¹ anticipant algunes idees que desenvoluparà Erwin Schrödinger.

Max Born ha portat, doncs, fins al final, la formulació matemàtica d'aquelles misterioses idees que Heisenberg havia concebut a la seva escola. Pauli i Dirac en completaran la formulació i n'obtindran els valors fenomenològics de l'espectre de l'hidrogen, que constitueixen la seva primera confirmació seriosa.⁶²

Pauli accepta així el formalisme matemàtic de Born, en el qual no havia volgut participar, per por que no enterbolís les idees físiques de Heisenberg. Aquestes idees que, com havia escrit l'octubre de 1925, l'ompliren d'esperança:⁶³

"La mecànica de Heisenberg m'ha tornat el plaer de viure i l'esperança. És cert que no dona la solució de l'enigma, però crec que ara és possible d'avançar de nou. Primer de tot s'ha d'intentar d'alliberar la mecànica de Heisenberg encara una mica més dels torrents de saviesa formalista de Göttingen, per a deixar encara més al descobert el seu nucli físic."

És notable també l'admiració inicial d'Einstein per aquestes "idees de Heisenberg i Born", admiració que ben aviat es tornarà desconfiança. Escrivia el 7 de març de 1926, a Hedwig Born, que havia tornat d'Amèrica abans que Max, perquè estava malalta:⁶⁴

"Les idees de Heisenberg i Born ens tenen a tots amb l'ai al cor, i han causat una gran impressió en tots els qui es dediquen a pensar i s'interessen per la teoria. En lloc de resignació inepta regna ara una tensió singular entre nosaltres, els feixucs i calmosos. Vostè només en viu el cantó psicològic, però sens dubte d'una manera més pura que la dels aferrats a la matèria."

2.3. Articulació conceptual de la física quàntica

En l'articulació conceptual de la nova física quàntica, allò que ordinàriament s'anomena la "interpretació de Copenhaguen", solen distingir-se tres aportacions conceptuais successives: la interpretació estadística, les relacions d'imprecisió i el principi de complementaritat.⁶⁵ La

61. BORN + 1926b, rebut a *Zeitschrift für Physik* el 5 de gener de 1926.

62. PAULI-1926 i DIRAC-1926, rebuts per a ésser publicats, respectivament, el 17 i el 22 de gener de 1926.

63. HERMANN + 1979, carta (100), 247.

64. BORN-1969b, carta (50).

65. Vegeu, per ex.: JAMMER-1966 i -1974.

complementaritat és deguda a Niels Bohr, i la imprecisió a Heisenberg. Però la interpretació estadística és deguda fonamentalment a Max Born. Segons aquesta interpretació, la física no pot predir, per exemple, les direccions en què sortiran dues partícules després d'una col·lisió elàstica, per més que coneguem perfectament llurs moviments inicials. Només pot predir la probabilitat que tenen de sortir en cada una de les direccions possibles. Prediu que, si repetim moltes vegades el mateix experiment, els successos individuals es distribuïran estadísticament segons aquestes probabilitats. Aquesta interpretació estadística la formula clarament des dels seus articles sobre col·lisions⁶⁶ de 1926 i la defensa contra grans autoritats que poden dir-se Planck, Einstein, de Broglie o Schrödinger.

El tema és conegut en relació amb la concessió tardana del premi Nobel "per les seves investigacions bàsiques en Mecànica Quàntica, especialment per la seva interpretació estadística".⁶⁷ En el context del nostre doble centenari, convé subratllar la importància que tingué, per a aquestes concepcions físiques de Max Born, la seva relació amb la investigació experimental, per mitjà de James Franck. De Broglie havia estès als electrons la dualitat ona-còrpuscle dels fotons. Aquest caràcter ondulatori dels electrons havia estat comprovat el 1925, en el laboratori de James Franck i davant Max Born. Walter Elsasser, deixeble d'ambdós, havia dut a terme l'experiència de difracció d'electrons en xarxes cristal·lines.⁶⁸ Però Schrödinger, teoritzant únicament sobre aquest caràcter ondulatori, pretenia de retornar a la física clàssica, determinista. Per a ell, l'electró era un objecte extens la densitat del qual (o densitat de càrrega) en cada punt era proporcional al quadrat del mòdul d'aquesta amplitud d'ona. Max Born recorda que,⁶⁹

"Per contra, diàriament jo era testimoni de la fecunditat de la idea de partícula en els experiments brillants de Franck sobre les col·lisions d'àtoms i molècules. Estava convençut que no es podia llençar per la borda el concepte de partícula. Calia trobar un camí per a acordar les partícules i les ones."

Einstein també rebutjarà molt aviat la interpretació estadística. Això produirà en Max Born una gran tristor, però no arribarà mai a refredar la seva amistat, com pot comprovar-se en llur correspondència epistolar. Max Born, comentant ulteriorment aquesta correspondència, assenyalava

66. BORN-1926 d, e, f, g. -1927. En el primer d'aquests articles ja s'introdueix l'anomenada "aproximació de Born".

67. Premi Nobel de 1954, compartit amb Walther Bothe. Vegeu NOBEL-1964, pp. 251-270. La seva conferència Nobel és a l'abast dels lectors, en alemany i en castellà, dins BORN + 1969a.

68. BORN + 1969a, 106s de traducció.

69. *Ibidem*, (48).

com a fons de llur discrepància la limitació en l'objectivitat de la física que imposa aquesta interpretació, limitació de la qual es va anar convencent gràcies al seu coneixement experimental dels fenòmens atòmics:⁷⁰

“Einstein estava sòlidament convençut que la física ens proporciona coneixements sobre el món que existeix objectivament al nostre voltant. Juntament amb molts altres físics, jo m'he anat convencent, per les experiències amb els fenòmens atòmics quàntics, que no és així, que en qualsevol moment donat només tenim un coneixement matusser, aproximat, del món objectiu, i que aplicant-hi determinades regles, les lleis de probabilitat de la mecànica quàntica, podem deduir-ne condicions desconegudes (per exemple, futures).

El rebuig d'Einstein s'expressa solemnement en la seva carta del 4 de desembre de 1926 (a penes nou mesos després d'expressar la seva admiració per les idees de Heisenberg i Born):⁷¹

“La mecànica quàntica és una cosa molt seriosa. Però una veu interior em diu que de tota manera no és aquest el veritable Jacob. La teoria diu molt, però en realitat no ens acosta gaire al misteri de l'Ancià. En qualsevol cas estic convençut que Ell no juga als daus.”

Amb aquesta metàfora bíblica de la usurpació de la primogenitura d'Esau per Jacob (Einstein sembla que confon els noms), expressa la seva impossibilitat psicològica d'admetre aquest indeterminisme estadístic. Això exigiria un Déu que juga als daus, totalment incompatible amb la seva concepció determinista, a la manera de Spinoza.⁷² I que era precisament la interpretació estadística del seu amic, allò que Einstein rebutjava amb totes les forces, ho expressa clarament en una altra carta posterior, sense data, probablement del 1927:⁷³

“La setmana passada vaig lliurar a l'Acadèmia un treball on demostrava que es poden atribuir moviments perfectament definits a la mecànica ondulatoria de Schrödinger sense cap interpretació estadística. Aviat apareixerà a les actes de la sessió.”

És notable la paciència amb què aquests rebuigs d'Einstein són rebuts per Max Born. En la introducció d'un llibre sobre mecànica quàntica,⁷⁴ que escriu un parell d'anys més tard, en col·laboració amb Pascual Jordan, s'afirmava com a definitiva la interpretació estadística de la física. Li trameten a Einstein les proves d'impremta del llibre, i aquest critica

70. BORN-1969b, carta (48), comentari.

71. *Ibidem*, carta (52).

72. Vegeu, p. ex.: DONCEL-1981, 33.

73. BORN-1969b, carta (57).

74. BORN + 1930.

durament l'afirmació. La pacient resposta de Born, 13 de novembre de 1929, diu:⁷⁵

“Voldria també discutir amb Jordan les teves observacions... T'agraïm molt les teves crítiques i ja hem fet les modificacions corresponents al llibre. La veritat és que tens molta raó i que no pot justificar-se lògicament una afirmació sobre el rebuig o l'acceptació del determinisme en el futur, perquè sempre pot haver-hi tipus de descripció que arribin més enllà del que nosaltres coneixem... Jordan i jo no som gaire partidaris de creure coses així, però naturalment no es pot afirmar sense proves rigoroses.”

Aquell mateix any, Max Born havia estat admès a l'Acadèmia de Ciències de Berlín. En la proposta raonada que signen conjuntament Schrödinger, Laue, Planck i Nernst, s'esmenta en darrer terme, entre els mèrits de Born,⁷⁶

“... l'anomenada interpretació probabilista de la mecànica ondulatoria, que certament fins avui no ha estat totalment aclarida, però que provisionalment s'ha fet imprescindible per a la manipulació pràctica de la teoria.”

Vint-i-tants anys més tard, Pauli li escriurà a Max Born i li donarà solemnement la raó, “almenys durant alguns segles”:⁷⁷

“Contra tots els esforços reaccionaris (de Schrödinger, Bohr, etc., i en cert sentit també d'Einstein), tinc per cert que el caràcter estadístic de la funció Ψ i amb ella el de les lleis de la natura —que vostè ha mantingut des del principi, contra la posició de Schrödinger— determinarà l'estil de les lleis almenys per uns quants segles. Podria ésser que més endavant hom trobés alguna cosa totalment nova, per exemple en relació amb els processos vitals. Però somniar amb un camí cap enrera, cap a l'estil clàssic de Newton-Maxwell... em sembla desesperat, desencertat i de mal gust. I, podríem afegir-hi, ni tan sols és un bell somni.”

Conclourem que la revolució quàntica formada a l'escola de Göttingen ha estat realitzada en molt bona part per Max Born. Un testimoni autoritzat en aquest punt torna a ésser el de Heisenberg, formulat en una carta de 1933, amb ocasió del seu propi Nobel. Els premis del 1932 i del 1933 foren concedits tots dos el desembre de 1933: el primer a Heisenberg, i el segon, compartit, a Schrödinger i a Dirac. En saber-se la notícia, Niels Bohr escriu a Heisenberg felicitant-lo. En la resposta del 27 de novembre de 1933, després d'agrair aquesta felicitació, Heisen-

75. BORN-1969b, carta (60).

76. BERLIN-1975, 251.

77. Vegeu HERMANN-1962a, 24.

berg manifesta la seva "mala consciència", tant pel que fa a Schrödinger, com a Dirac, com a Born. Perquè, segons el seu parer, Dirac i Schrödinger mereixien cada un un premi sencer. I perquè Born podia molt bé haver-lo compartit amb ell, ja que havia fet per la mecànica quàntica almenys tant com ell.

BIBLIOGRAFIA

BERLIN, Berliner Akademie

1975 *Physiker über Physiker. Wahlvorschläge zur Aufnahme von Physikern in die Berliner Akademie 1870 bis 1929...*, Akademie-Verlag, Berlín 1975.

BOHR, Niels

1961 "Die Entstehung der Quantenmechanik", BOPP-1961, p. IX-XII.

BOPP, Fritz (ed.)

1961 *Werner Heisenberg und die Physik unserer Zeit*, Vieweg, Brunsvic 1961.

BORN, Max

1906 *Stabilität der elastischen Linie in Ebene und Raum*, Dieterichsche Universitäts-Buchdruckerei, Göttingen 1906. Facsímil: BORN-1963, I, 1-104.

1909 "Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips", *Annalen der Physik* 30 (1909), 1-56. Facsímil: BORN-1963, I, 105-160.

1920 *Die Relativitätstheories Einsteins und ihre physikalischen Grundlagen*, Springer, Berlín 1920. Trad. cast.: *La Teoría de la relatividad de Einstein y sus fundamentos físicos*, Calpe, Madrid 1922.

+ W. PAULI

1922 "Über die Quantelung gestörter mechanischer Systeme", *Zeitschrift für Physik* 10 (1922), 137-158. Facsímil: BORN-1963, II, 1-22.

+ W. HEISENBERG

1923 "Die Electronenbahnen im angeregten Heliumatom", *Zeitschrift für Physik* 16 (1923), 229-243. Facsímil: BORN-1963, II, 23-37.

1924 "Über Quantenmechanik", *Zeitschrift für Physik* 26 (1924), 379. Facsímil: HERMANN-1962b, 13-29, i BORN-1963, II, 61-77. Trad. anglesa: WAERDEN-1967, 181-198 [7].

+ P. JORDAN

1925 "Zur Quantenmechanik", *Zeitschrift für Physik* 34 (1925), 858-888. Facsímil: HERMANN-1962b, 46-76, i BORN-1963, II, 124-154. Trad. anglesa: WAERDEN-1967, 277-306 [13].

+ W. HEISENBERG i P. JORDAN

- 1926a "Zur Quantenmechanik II", *Zeitschrift für Physik* 35 (1926), 557-615. Facsímil: HERMANN-1962b, 77-135, i BORN-1963, II, 155-213. Trad. anglesa fragmentària: WAERDEN-1967, 307-320 [15].

+ N. WIENER

- 1926b "A new formulation of the laws of quantization of periodic and aperiodic phenomena", *Journal Math. and Phys.* 5 (1926), 84-98. "Eine neue Formulierung der Quantengesetze für periodische und nicht periodische Vorgänge", *Zeitschrift für Physik* 36 (1926), 174-187. Facsímil: HERMANN-1962a, 34-47, i BORN-1963, II, 214-227.
- 1926c *Probleme der Atomdynamik: I. Die Struktur des Atoms, II. Die Gittertheorie des festen Zustandes*, Springer, Berlín 1926.
- 1926d "Zur Quantenmechanik der Stossvorgänge", *Zeitschrift für Physik* 37 (1926), 863-867. Facsímil: HERMANN-1962a, 48-52, i BORN-1963, II, 228-232.
- 1926e "Quantenmechanik der Stossvorgänge", *Zeitschrift für Physik* 38 (1926), 803-827. Facsímil: HERMANN-1962a, 53-77 i BORN-1963, II, 233-257.
- 1926f "Das Adiabatenprinzip in der Quantenmechanik", *Zeitschrift für Physik* 40 (1926), 167-192. Facsímil: HERMANN-1962a, 93-118, i BORN-1963, II, 258-283.
- 1926g "Zur Wellenmechanik der Stossvorgänge", *Nachrichten Ges. Wiss. Göttingen* 1926, 146-160. Facsímil: HERMANN-1962a, 78-92, i BORN-1963, II, 284-298.
- 1927 "Quantenmechanik und Statistik", *Naturwissenschaften* 15 (1927), 238-242. Facsímil: BORN-1963, II, 299-309.

+ P. JORDAN

- 1930 *Elementare Quantenmechanik*, Springer, Berlín 1930.
- 1957 *Physik im Wandel meiner Zeit*, Vieweg, Brunsvic 1957.
- 1963 *Ausgewählte Abhandlungen* (2 Bände), Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen 1963.
- 1965 *Von der Verantwortung des Naturwissenschaftlers*, Nymphenburger, Munic 1965. Trad. cast. *La responsabilidad del científico*, Labor, Barcelona 1968.

+ HEDWIG BORN

- 1969a *Der Luxus des Gewissens. Erlebnisse und Einsichten im Atomzeitalter*, Nymphenburger, Munic 1969. Trad. cast. parcial: *Ciencia y conciencia en la era atómica*, Alianza Editorial, Madrid 1971.
- 1969b *Albert Einstein/Hedwig und Max Born, Briefwechsel 1916-1965*, Nymphenburger, Munic 1969. Trad. cast.: *Albert Einstein/Max y Hedwig Born, Correspondencia (1916-1955)*, Siglo veintiuno, Mèxic 1973.
- 1975 *Mein Leben. Die Erinnerungen des Nobelpreisträgers*, Nymphenburger, Munic 1975. Trad.: *My life: Recollections of a Nobel laureate*, Scribner, Nova York, 1978.

DIRAC, Paul A.M.

- 1925 "The Fundamental Equations of Quantum Mechanics", *Proc. Royal Society A* 109 (1925), 642-653. Reproducció: WAERDEN-1967, 307-320 [14].
- 1926 "Quantum Mechanics and a Preliminary Investigation of the Hidrogen Atom", *Proc. Royal Society A* 110 (1926), 561-579. Reproducció: WAERDEN-1967, 417-427 [17].

DONCEL, Manuel G.

- 1981 "La Génesis de la Relatividad Especial y la epistemología de Einstein", *Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona*, vol. 45 (1981), 197-223.

FIERZ, R.

+ V.F. WEISSKOPF (eds.)

- 1960 *Theoretical Physics in the Twentieth Century, A Memorial Volume to Wolfgang Pauli*, Interscience, Londres 1960.

HAAR, Dirk Ter

- 1967 *The Old Quantum Theory*, Pergamon, Oxford 1967.

HEISENBERG, Werner

- 1925a "Zur Quantentheorie der Multipllettstruktur und der anomalen Zeeman-effekte", *Zeitschrift für Physik* 32 (1925), 841-860.
- 1925b "Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen", *Zeitschrift für Physik* 33 (1925) 879-983. Facsímil: HERMANN-1962b, 31-45. Trad. anglesa: WAERDEN-1967, 261-276 [12].
- 1960 "Erinnerungen an die Zeit der Entwicklung der Quantenmechanik", FIERZ + 1960, 40-47.
- 1969 *Der Teil und das Ganze. Gespräche im Umkreis der Atomphysik*, Piper, Munic 1969. Trad. cast.: *Diálogos sobre la Física Atómica*, B.A.C., Madrid 1975.
- 1973 "Development of Concepts in the History of Quantum Theory", MEHRA-1973, 264-275.

HERMANN, Armin (Ed.)

- 1962a *Max Born, "Zur statistischen Deutung der Quantentheorie"*, Battenberg, Stuttgart 1962.
- 1962b *Max Born, Werner Heisenberg, Pascual Jordan, "Zur Begründung der Matrizenmechanik"*, Battenberg, Stuttgart 1962.

+ K.V. MEYENN y V.F. WEISSKOPF

- 1979 *Wolfgang Pauli, Wissenschaftlicher Briefwechsel mit Bohr, Einstein, Heisenberg u.a. Band I: 1919-1929*, Springer, Nova York 1979.

HUND, Friedrich

- 1961 "Göttingen, Kopenhagen, Leipzig in Rückblick", BOPP-1961, 1-7.
- 1967 *Geschichte der Quantentheorie*, Bibliographisches Institut, Mannheim 1967², 1975. Trad. anglesa: *History of Quantum Physics*, Harrap, Londres 1974.

JAMMER, Max

1966 *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, Nova York 1966.

1974 *The Philosophy of Quantum Mechanics*, Wiley, Nova York 1974.

JORDAN, Pascual

1973 "Early Years of Quantum Mechanics: Some Reminiscences", MEHRA-1973, 294-299.

KRONIG, Ralph de Laer

1960 "The Turning Point", FIERZ — 1960, p. 5-39.

KUHN, Thomas S.

1962 *The Structure of Scientific Revolutions*, Chicago Press, 1962. Trad. cast.: *La estructura de las revoluciones científicas*, Fondo de Cultura Económica, Mèxic 1971.

MEHRA, Jagdich (ed.)

1973 *The Physicist's Conception of Nature*, Reidel, Dordrecht 1973.

NOBEL, Nobel Foundation

1964 *Nobel Lectures, including Presentation Speeches and Laureates' Biographies. Physics 1942-1962*, Elsevier, Amsterdam 1964.

PAULI, Wolfgang

1921 "Relativitätstheorie", *Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, Bd. 5, Teil 2, 539-775, Teubner, Leipzig 1921.

1926 "Über das Wasserstoffspektrum von Standpunkt der neuen Quantenmechanik", *Zeitschrift für Physik* 36 (1926), 336-363. Trad. anglesa: WAERDEN-1967, 387-415 [16].

POINCARÉ, Henri

1892 *Méthodes nouvelles de la Mécanique céleste* (3 vols.), Gauthier, París 1892-1899.

POPPER, Karl R.

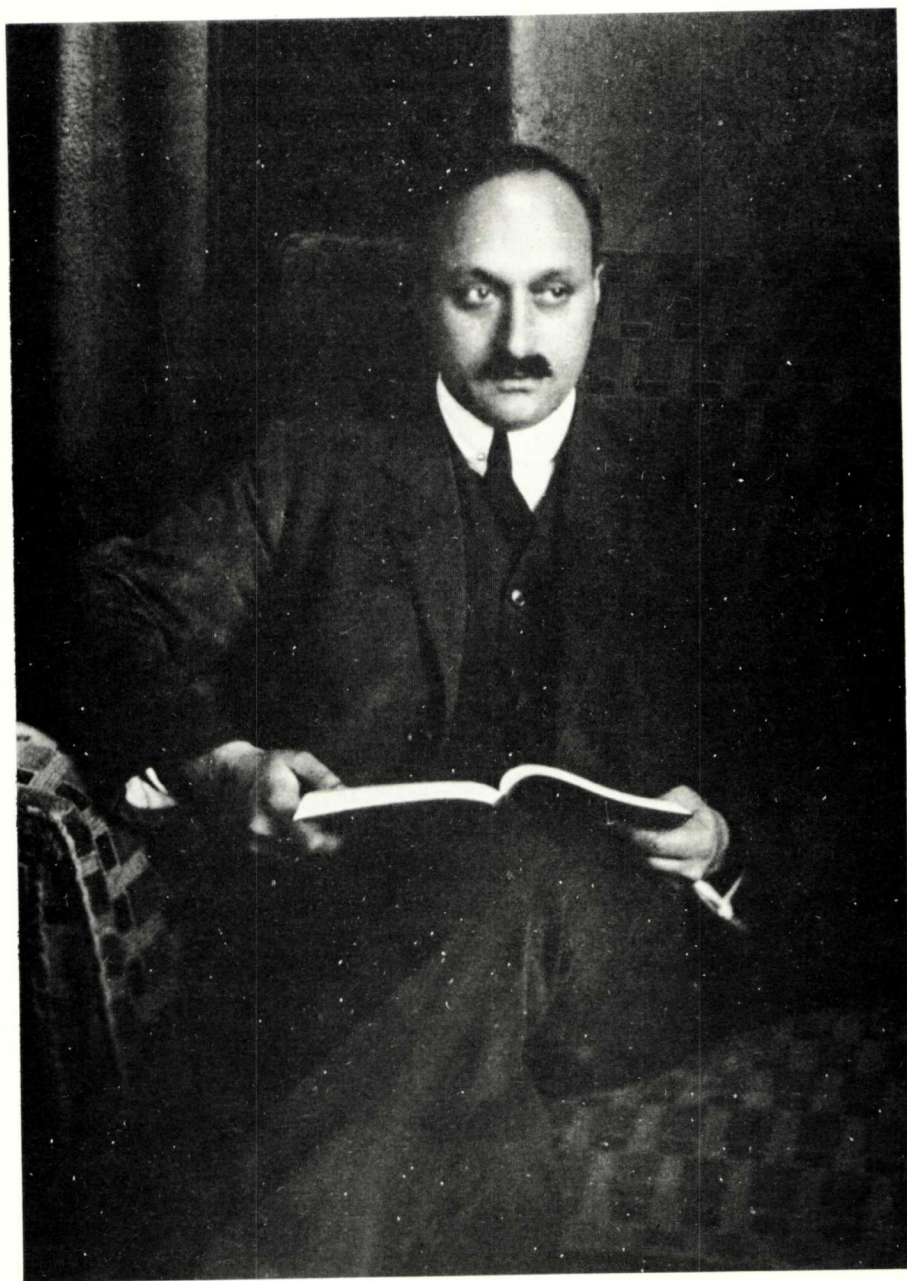
1935 *Logik der Forschung*, Springer, Viena 1935. Trad. cast.: *La lógica de la investigación científica*, Tecnos, Madrid 1962.

WAERDEN, B.L. van der

1967 *Sources of Quantum Mechanics*, North-Holland, Amsterdam 1967.

WIENER, Norbert

1956 *I Am a Mathematician*, Doubleday, Nova York 1956.



James Franck (1882-1964), els treballs experimentals del qual, en col·laboració amb Gustav Hertz, demostraren els estats energètics de l'àtom. L'any 1925 rebé, juntament amb Hertz, el Premi Nobel. La fotografia data d'aquell període. Fotografia: Institut Alemany de Relacions Exteriors.



Max Born (1882-1970), les investigacions científiques del qual contribuïren d'una manera essencial als nostres coneixements actuals sobre l'àtom. L'any 1954 fou guardonat amb el Premi Nobel. La fotografia data dels anys vint. Fotografia: Institut Alemany de Relacions Exteriors.